



ANAIS DO 47º CONGRESSO BRASILEIRO DO CONCRETO - C3C2005

Setembro / 2005 ISBN 85-98576-07-7
Volume XII - Projetos de Estruturas de Concreto
Trabalho 47CBCC0437 - p. XII214-228
© 2005 IBRACON.

AVALIAÇÃO DO CENTRO DE GRAVIDADE DA ARMADURA COMO RESULTANTE ÚNICA DA ARMADURA DE FLEXÃO.

CENTROID EVALUATION OF REINFORCING BARS IN REINFORCED CONCRETE BEAM SECTIONS UNDER BENDING MOMENT

Alberto Smaniotto (1); Narbal Ataliba Marcellino (2)

(1) *Mestrando, Universidade Federal de Santa Catarina
Pós-graduação em Engenharia Civil, Estruturas
e-mail: betosma@rotesmaengenharia.com.br*

(2) *Professor Adjunto, Universidade Federal de Santa Catarina
Departamento de Engenharia Civil
e-mail: narbal@ecv.ufsc.br*

Caixa Postal 476, CEP 88010-900, Florianópolis - SC

Resumo

Este trabalho tem como objetivo avaliar a prescrição da distância limite de 10% da altura da viga, entre o centro de gravidade das armaduras até o ponto da seção de armadura mais afastado da linha neutra, usada para o dimensionamento à flexão das peças de concreto. O trabalho escolhe para a comparação entre o dimensionamento pelo centro de gravidade das barras com o centro de gravidade das camadas de barras, algumas seções transversais representativas e compara os resultados para estabelecer a diferença entre as duas opções e avaliar o novo limite de 10% da altura da viga da nova norma. Para isso foi desenvolvido um programa em linguagem Visual-Basic e analisadas as frequências de resultados para a avaliação conclusiva.

Palavras Chaves: Concreto estrutural; Concreto Armado; Dimensionamento de concreto armado; Flexão simples de concreto estrutural.

Abstract

This work has as objective evaluates the prescription of the limit distance of 10% of the beam's height, among the reinforcement's gravity center to the point of the reinforcement section most away of the neutral line, used for the bending concrete elements design. The work chooses for the comparison among the design using the reinforcement gravity center with the reinforcement layers gravity center, some representative beams sections and compares the results to establish the difference among the two options and to evaluate the norm's new limit of 10% of the beam's height. For that, a program was developed in Visual-Basic language to analyze the frequencies of results for the conclusive evaluation.

Keywords: Structural concrete; Reinforced concrete; Reinforced concrete design; Structural concrete bending.

1 Introdução

Este trabalho tem como objetivo avaliar a prescrição da distância limite de 10% da altura h estipulada pela nova norma, usada para o dimensionamento à flexão das peças de concreto armado. Na disposição da armadura na seção das peças fletidas existe sempre a preocupação se a hipótese da consideração da força de tração no centro de gravidade das barras é acertada.

2 Problema analisado

O Item 17.2.4.1 da nova norma NBR 6118/2003 prescreve:

Os esforços nas armaduras podem ser considerados concentrados no centro de gravidade correspondente, se a distância deste centro ao ponto da seção de armadura mais afastada da linha neutra, medida normalmente a esta, for menor que 10% de h .

Para a análise são escolhidas algumas seções transversais representativas e bitolas mais usuais nos projetos de vigas fletidas, para a comparação entre o dimensionamento considerando o centro de gravidade das barras com a consideração da soma dos centros de gravidade de cada camada de barras. Os resultados serão comparados para estabelecer a diferença entre as duas soluções e então poder avaliar a prescrição limitante de 10% de h da nova norma.

3 Método usado na avaliação da distância 10% de h

3.1 Obtenção dos diferentes valores para o dimensionamento

Para a avaliação foi desenvolvido um programa na linguagem Visual-Basic, para dimensionamento e detalhamento de vigas. O programa dimensiona a viga admitindo os esforços das barras concentrados no centro de gravidade CG correspondente (da armaduras positivas e negativas); após o dimensionamento é obtida uma área teórica da armadura positiva e negativa, para resistir exatamente ao momento de cálculo M_d , que é dado de entrada do programa.

Definida a bitola a ser usada pelas barras, é calculado o número de barras necessário para atender as áreas teóricas. O que acontece então, é que a área efetiva será maior do que àquela área teórica calculada anteriormente (a não ser por raras coincidências). O próximo passo é calcular o momento resistente relativo à área efetiva. O programa então calcula dois momentos resistentes:

1º: M_{rdCG} – considerando esforços das barras concentrados no Centro de Gravidade (CG) correspondente.

2º: M_{rdReal} – calcula para cada camada de barras, a deformação correspondente, e assim, cada camada de barras terá a tensão em função de sua própria deformação.

O programa determina o diagrama de deformações da seção, respeitando os domínios de estado limite último do item 17.2.2, figura 17.1 da norma NBR 6118/2003. A altura da linha neutra é obtida de forma iterativa, assim que a resultante dos esforços normais atingir zero, a menos de uma tolerância de 1 kgf.

Obtido o valor da altura da linha neutra, para cada um dos dois casos em estudo, podem ser calculados os valores dos momentos resistentes M_{rdCG} e M_{rdReal} . A seguir é calculado a relação entre o momento resistente “Real” (M_{rdReal}), e o momento resistente admitindo o item 17.2.4.1 da norma NBR 6118/2003 (M_{rdCG}).

Se o valor da relação M_{rdReal} / M_{rdCG} for menor que 100%, significa que o momento resistente “real” da peça é inferior àquele calculado considerando o CG das barras, indicando oposição à condição necessária para a segurança.

O programa parte dos valores mais usuais de largura e altura da viga e a partir de valores mais comuns de bitolas usadas em vigas, possuindo inclusive processos iterativos para a devida distribuição das barras, e para o cálculo da altura da linha neutra. O programa faz os cálculos admitindo o diagrama retangular-simplificado das tensões do concreto.

Os dados usados, nas análises, são mostrados na Tabela 1. Na Figura 1, podemos ver o diagrama de deformação encontrado no cálculo de M_{rdCG} .

Tabela 1 - Dados de entrada resultados de um exemplo.

Base = 13 cm				
$\phi_l = 12,5$ mm				
Fck = 20 MPa				
	Exemplo	#	15	
	Altura da seção	cm	24	
nº de barras da armadura	Positiva	1ª camada	#	2
		2ª camada	#	2
		3ª camada	#	1
		4ª camada	#	0
		5ª camada	#	0
		6ª camada	#	0
nº de barras da armadura	Negativas	1ª camada	#	2
		2ª camada	#	1
		3ª camada	#	0
Resultados	d_{CG} / h	%	13.44	
	Mrd CG	kN.m	36.41	
	Mrd Real	kN.m	35.82	
	M_{rdReal} / M_{rdCG}	%	98.38	

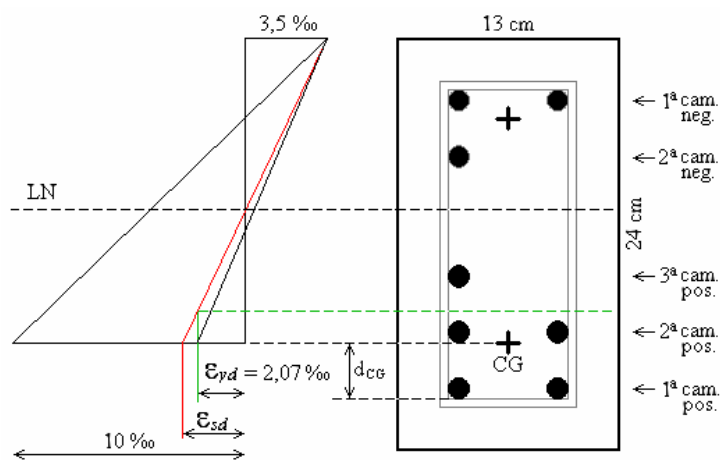


Figura 1 – Diagrama de deformação do e cálculo de M_{rdCG} da viga do exemplo da Tabela 1

3.2 Amostragem

Serão estudados os casos com pelo menos duas camadas de barras, sendo que pelo menos a última camada deve ter a deformação menor que ϵ_{yd} (ver a 3ª camada da Figura 1, que se encontra acima da linha verde tracejada). Esta última condição é necessária, porque no caso em que todas as camadas de barras estiverem com deformação maior que ϵ_{yd} , teremos M_{rdReal} exatamente igual a M_{rdCG} . A prova matemática de que $M_{rdReal} = M_{rdCG}$ para este caso, pode ser demonstrada pela Figura 2 :

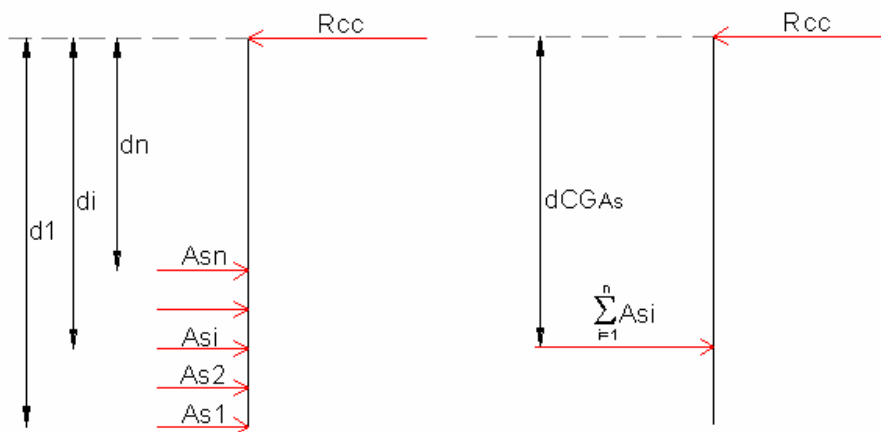


Figura 2 – Elementos para comparação entre as camadas e a resultante equivalente.

$$M_{CG} = d_{CG} \sigma_{sCG} \sum_{i=1}^n A_{s_i} \quad (1)$$

$$d_{CG} = \frac{\sum_{i=1}^n A_{s_i} \cdot d_i}{\sum_{i=1}^n A_{s_i}} \quad (2)$$

$$M_{CG} = \frac{\sum_{i=1}^n A_{s_i} \cdot d_i}{\sum_{i=1}^n A_{s_i}} \sigma_{sCG} \sum_{i=1}^n A_{s_i} \quad (2 \text{ em } 1)$$

$$M_{CG} = \sigma_{sCG} \sum_{i=1}^n A_{s_i} \cdot d_i \quad (3)$$

$$M_{Real} = \sum_{i=1}^n \sigma_{s_i} A_{s_i} d_i \quad (4)$$

Se todas as barras têm deformação maior que ϵ_{yd} então $\sigma_{s_i} = \sigma_{sCG}$ para todas as barras, e assim a eq. (4) fica:

$$M_{Real} = \sigma_{sCG} \sum_{i=1}^n A_{s_i} d_i = M_{CG}$$

O estudo limitar-se-á a bitolas inferiores a 16,0 mm, pois foi constatado que para bitolas maiores, antes de conseguir ultrapassar o limite de 10% h, vamos ter uma

taxa de armadura maior que $4\%A_c$ (área da seção transversal) para quase todas as dimensões possíveis de seção transversal. Aliás, em nenhum dos casos estudados, será permitido taxas maiores que 4% de A_c , já que não é permitido pela norma.

O programa permite até 6 camadas de barras positivas e 3 camadas de barras negativas. O motivo destes valores mais abrangentes, é permitir um valor alto da distância do centro de armadura até o ponto da seção de armadura mais afastada da linha neutra, que chamaremos de d_{CG} .

1ª Análise:

Seção com base = 13cm, $\phi_l = 12,5\text{mm}$, $f_{ck} = 20$ MPa e altura variando de 20cm até 60cm, de 2 em 2cm. Total de 191 exemplos

2ª Análise:

Seção com base = 15cm, $\phi_l = 12,5\text{mm}$, $f_{ck} = 20$ MPa e altura variando de 20cm até 40cm, de 2 em 2cm. Total de 114 exemplos

3ª Análise:

Seção com base = 15cm, $\phi_l = 8,0\text{mm}$, $f_{ck} = 20$ MPa e altura variando de 20cm até 40cm, de 2 em 2cm, e até 60cm variando de 5 em 5cm. Serão tomados apenas os casos em que $d_{CG} > 10\% h$. Total de 109 exemplos

4ª Análise:

Seção com base = 15cm, $\phi_l = 10,0\text{mm}$, $f_{ck} = 25\text{MPa}$ e altura variando de 20cm até 60cm, de 5 em 5 cm. Serão tomados apenas os casos em que $d_{CG} > 10\% h$. Total de 73 exemplos.

Para cada variação de altura, serão dispostas as barras até que seja ultrapassado o máximo n^o de camadas de barras positivas ou negativas (6 e 3 respectivamente), ou que a taxa de armadura ultrapasse o limite de $4\% A_c$, ou quando não caibam mais camadas de barras devido à limitação da altura da seção.

No 1º e 2º caso serão tomados inclusive os casos em que $d_{CG} < 10\%h$, para avaliar se realmente esta distância influencia no resultado.

Em todos os casos serão usados aço CA-50A, $E_s = 210$ GPa, coeficientes $\gamma_s = 1,15$ e $\gamma_c = 1,4$, cobertura = 2,5cm, estribos de 5,0mm e brita com diâmetro máximo de 1,9 cm.

Os resultados encontrados serão avaliados estatisticamente pela freqüência dos resultados. Como mostram os diagramas de barras das Figuras 3 a 7.

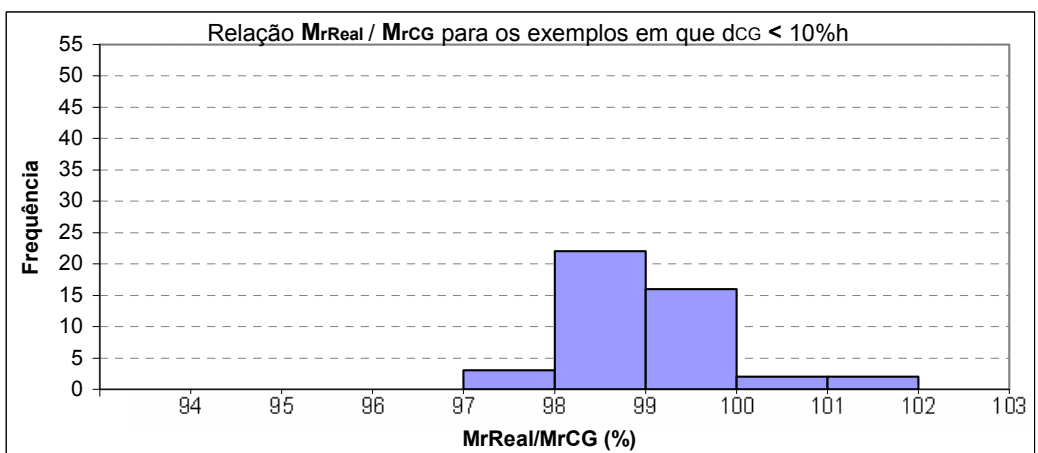
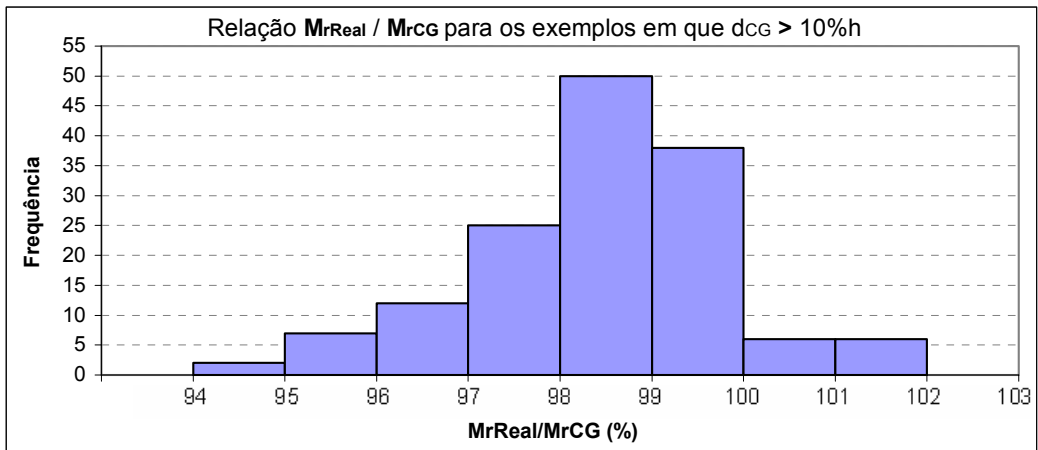
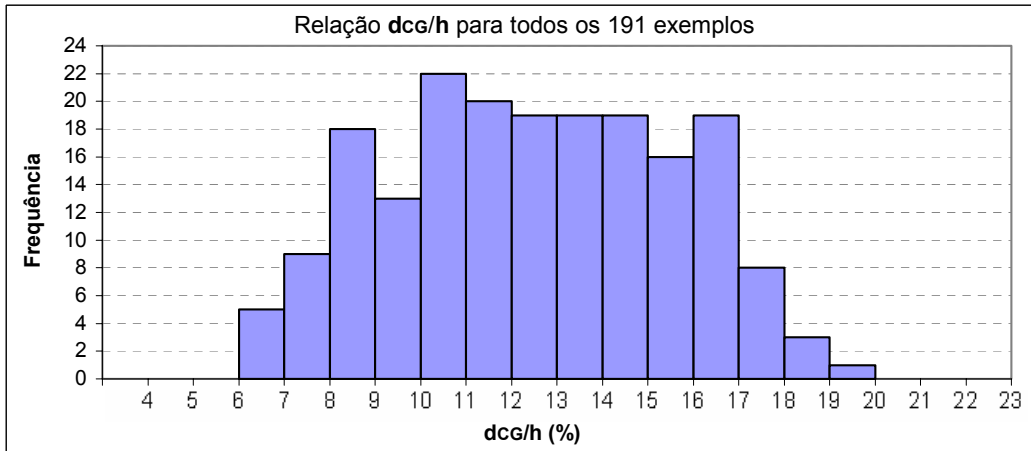
1ª Análise: Base = 13cm $\phi_l = 1,25\text{mm}$ $f_{ck} = 20\text{Mpa}$ Exemplos calculados = 191 (d_{CG} qualquer)

Tabela 2 - Dados dos exemplos calculados. Mostrados exemplos de 1 à 20 e de 172 à 191.

		Exemplo	#	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20		
		Altura da seção	cm	20	20	21	21	22	22	22	23	23	23	23	24	24	24	24	24	25	25	25	25		
nº de barras da armadura	Positiva	1ª camada	#	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2		
		2ª camada	#	1	2	2	2	1	2	2	1	2	2	2	1	2	2	2	2	1	2	2	2	2	
		3ª camada	#	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	1	0	0	1	1	2	0	0	1	1	1	1
		4ª camada	#	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
		5ª camada	#	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
		6ª camada	#	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
nº de barras da armadura	Negativa	1ª camada	#	1	2	1	2	0	1	2	0	1	2	2	0	1	2	2	2	0	1	2	2	2	
		2ª camada	#	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1	1
		3ª camada	#	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Resultados	d_{CG}/h	%	8.5	11.3	10.7	15.4	7.8	10.2	14.7	7.4	9.8	14.0	14.0	7.1	9.4	13.4	13.4	16.2	6.8	9.0	12.9	12.9			
	Mrd CG	kN.m	19.2	24.3	21.9	27.1	18.3	24.3	30.8	20.3	26.8	31.4	33.7	22.4	29.4	34.5	36.4	37.5	24.5	32.1	37.6	39.1			
	Mrd Real	kN.m	18.9	23.9	22.1	27.4	18.6	24.3	30.1	20.3	26.6	31.9	32.9	22.1	29.0	34.7	35.8	36.9	23.9	31.5	37.5	38.8			
	M_{rdReal}/M_{rdCG}	%	98.6	98.0	101.1	101.2	101.5	100.2	97.7	100.0	99.5	101.6	97.7	98.7	98.8	100.8	98.4	98.3	97.5	98.2	99.5	99.2			

		Exemplo	#	172	173	174	175	176	177	178	179	180	181	182	183	184	185	186	187	188	189	190	191		
		Altura da seção	cm	56	56	56	56	58	58	58	58	58	58	58	58	60	60	60	60	60	60	60	60		
nº de barras da armadura	Positiva	1ª camada	#	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2		
		2ª camada	#	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	
		3ª camada	#	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
		4ª camada	#	2	2	2	2	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
		5ª camada	#	2	2	2	2	0	0	1	2	2	2	2	2	0	0	1	1	2	2	2	2	2	2
		6ª camada	#	1	1	2	2	0	0	0	0	1	1	2	2	0	0	0	0	0	0	0	1	1	2
nº de barras da armadura	Negativa	1ª camada	#	2	2	2	2	0	1	2	2	2	2	2	0	1	1	2	2	2	2	2	2		
		2ª camada	#	2	2	2	2	0	0	0	1	2	2	2	2	0	0	0	0	0	1	2	2		
		3ª camada	#	0	1	1	2	0	0	0	0	0	1	1	2	0	0	0	0	0	0	0	0	1	
Resultados	d_{CG}/h	%	14.3	14.3	15.6	15.6	8.3	9.5	11.0	12.3	13.8	13.8	15.1	15.1	9.2	9.2	10.7	10.7	11.9	11.9	13.4	14.6			
	Mrd CG	kN.m	207.6	218.4	220.7	232.5	145.1	167.4	187.9	206.6	222.2	230.3	236.4	245.5	159.3	176.1	179.6	197.7	200.1	217.5	235.6	251.9			
	Mrd Real	kN.m	205.2	216.3	218.3	229.2	143.6	165.0	184.3	202.2	218.0	229.0	232.3	243.5	157.7	175.1	178.4	195.7	198.7	214.3	231.1	246.5			
	M_{rdReal}/M_{rdCG}	%	98.9	99.0	98.9	98.6	98.9	98.5	98.1	97.9	98.1	99.4	98.3	99.2	99.0	99.4	99.3	99.0	99.3	98.5	98.1	97.9			

Figura 3 - Resultados da 1ª Análise



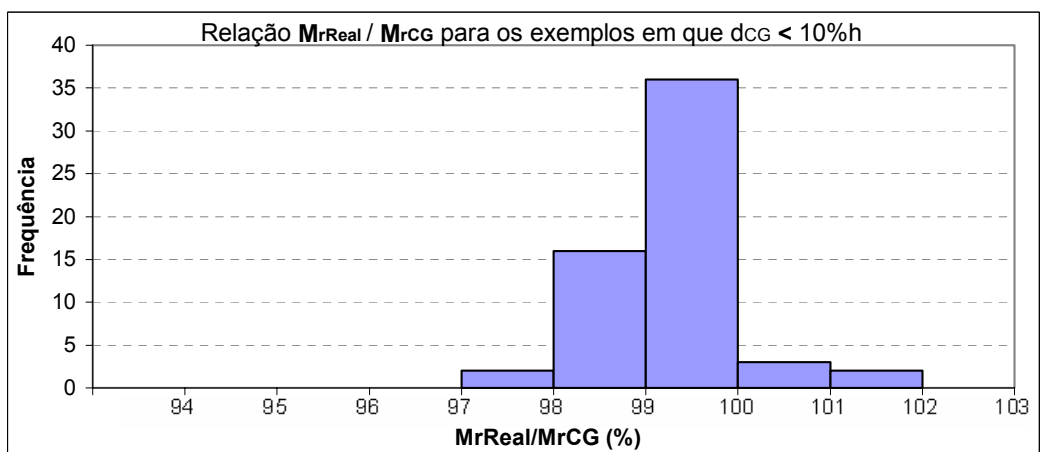
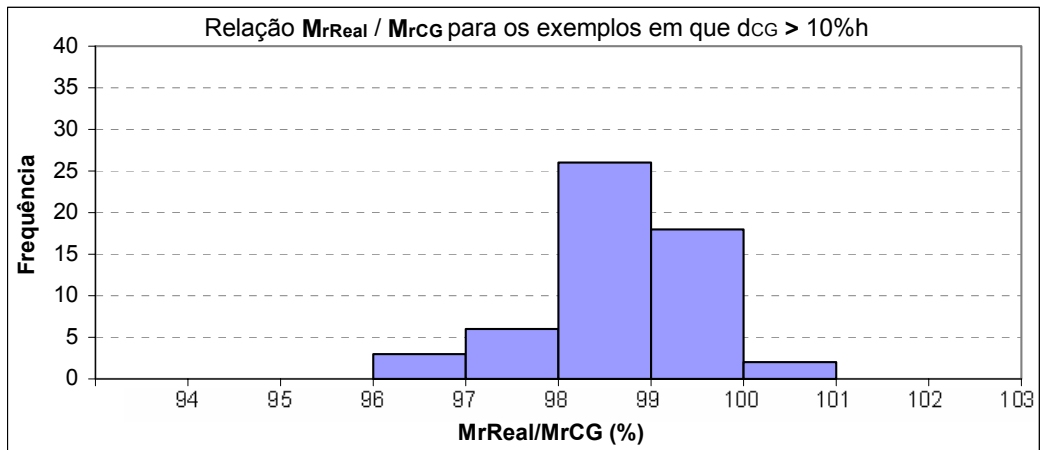
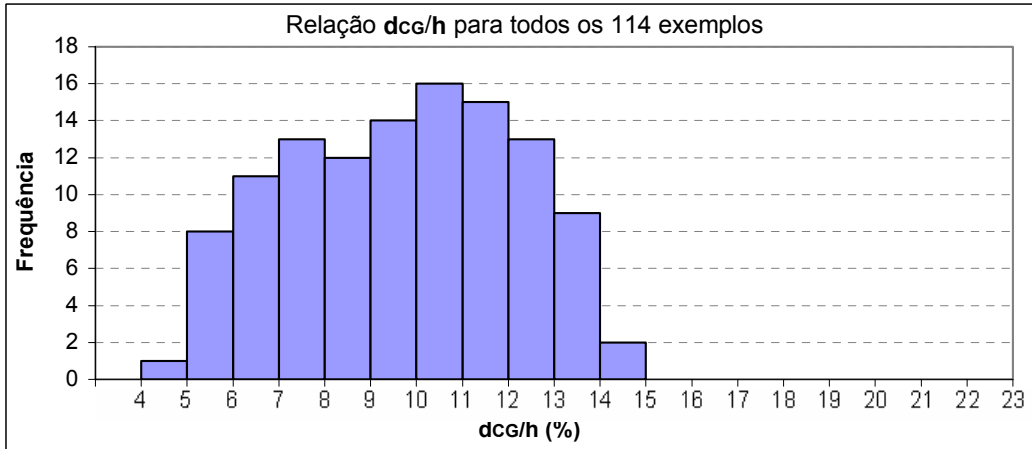
2ª Análise: Base = 15cm $\phi_l = 1,25\text{mm}$ $f_{ck} = 20\text{MPa}$ Exemplos calculados= 114 (d_{CG} qualquer)

Tabela 3 - Dados dos exemplos calculados. Mostrados exemplos de 1 à 20 e de 95 à 114.

		Exemplo	#	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	
		Altura da seção	cm	20	20	20	20	22	22	22	24	24	24	24	24	26	26	26	26	26	28	28	28	
nº de barras da armadura	Positiva	1ª camada	#	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	
		2ª camada	#	1	2	2	3	1	2	3	1	2	2	3	3	1	2	3	3	3	1	2	3	
		3ª camada	#	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0	0	0
		4ª camada	#	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
		5ª camada	#	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
		6ª camada	#	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Resultados		d_{CG}/h	%	7.2	9.6	9.6	11.3	6.5	8.8	10.2	6.0	8.0	8.0	9.4	12.3	5.5	7.4	8.7	11.3	11.3	5.1	6.9	8.0	
		Mrd CG	kN.m	23.4	28.3	31.6	33.3	28.8	34.7	40.8	33.3	34.1	40.6	47.9	51.7	32.4	40.5	48.6	54.9	59.4	38.1	47.2	56.5	
		Mrd Real	kN.m	23.5	28.3	31.6	33.2	28.1	34.1	40.2	33.0	34.6	40.3	47.6	49.9	32.5	40.3	48.4	55.2	57.8	37.3	46.4	55.7	
		M_{rdReal} / M_{rdCG}	%	100.5	99.8	100.0	99.6	97.8	98.2	98.6	99.2	101.3	99.2	99.2	96.5	100.4	99.6	99.5	100.5	97.4	97.9	98.3	98.6	

		Exemplo	#	95	96	97	98	99	100	101	102	103	104	105	106	107	108	109	110	111	112	113	114
		Altura da seção	cm	46	46	46	46	46	46	46	46	48	48	48	48	48	48	48	48	48	48	48	48
nº de barras da armadura	Positiva	1ª camada	#	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
		2ª camada	#	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
		3ª camada	#	3	3	3	3	3	3	3	3	1	2	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
		4ª camada	#	1	2	2	3	3	3	3	3	0	0	0	1	2	2	3	3	3	3	3	3
		5ª camada	#	0	0	0	0	0	0	1	2	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	2	2
		6ª camada	#	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Resultados		d_{CG}/h	%	9.8	11.0	11.0	12.0	12.0	12.0	13.3	14.5	6.1	7.2	8.1	9.4	10.5	10.5	11.5	11.5	12.8	12.8	13.9	13.9
		Mrd CG	kN.m	170.3	172.6	184.3	186.1	186.1	198.3	197.5	219.2	120.3	138.8	156.9	172.8	187.1	196.2	201.5	211.3	214.0	222.9	224.8	234.4
		Mrd Real	kN.m	169.0	171.5	182.3	185.0	185.0	195.8	196.8	213.4	118.6	136.3	154.3	170.3	184.8	195.5	199.3	210.4	211.8	220.5	222.0	230.2
		M_{rdReal} / M_{rdCG}	%	99.2	99.3	98.9	99.4	99.4	98.8	99.6	97.3	98.6	98.1	98.3	98.6	98.8	99.6	98.9	99.6	99.0	98.9	98.8	98.2

Figura 4 - Resultados da 2ª Análise



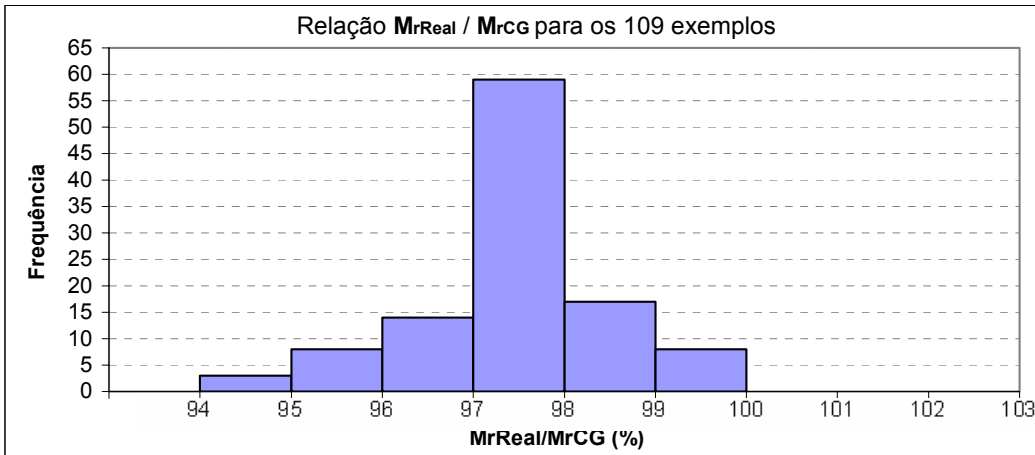
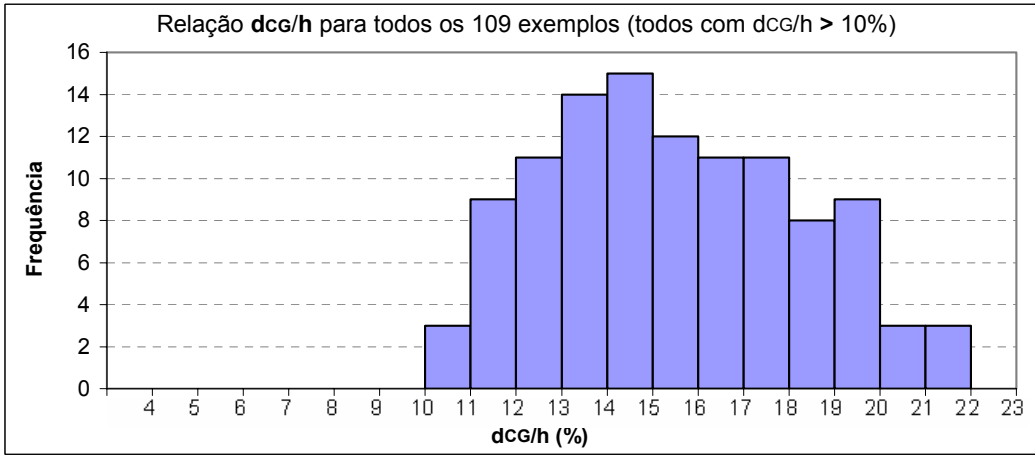
3ª Análise: Base = 15cm $\phi_l = 8,0\text{mm}$ $f_{ck} = 20\text{MPa}$ Exemplos calculados= 109 ($d_{CG} > 10\% h$)

Tabela 4 - Dados dos exemplos calculados. Mostrados exemplos de 1 à 20 e de 90 à 109.

		Exemplo	#	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20			
		Altura da seção	cm	20	20	20	22	22	22	22	22	22	22	24	24	24	24	24	24	24	26	26	26			
nº de barras da armadura	Positiva	1ª camada	#	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3			
		2ª camada	#	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3		
		3ª camada	#	1	2	3	1	2	2	3	3	3	3	2	2	3	3	3	3	3	3	2	3	3	3	
		4ª camada	#	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	2	0	0	0	0	1	2	3	0	0	0	1	
		5ª camada	#	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
		6ª camada	#	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Resultados	Negativa	1ª camada	#	1	2	3	0	1	2	2	3	3	3	0	1	1	2	3	3	3	0	1	2	2		
		2ª camada	#	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	3	0	0	0	0	0	1	3	0	0	0	0	
		3ª camada	#	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
Resultados		d_{CG}/h	%	12.0	14.3	16.0	10.9	13.0	13.0	14.6	14.6	17.1	19.2	11.9	11.9	13.3	13.3	15.7	17.6	19.2	11.0	12.3	14.5			
		Mrd CG	kN.m	16.8	18.4	19.9	18.9	20.7	21.9	22.6	24.0	24.7	25.4	22.8	24.5	25.1	27.0	28.9	30.2	31.4	26.7	29.7	32.0			
		Mrd Real	kN.m	16.4	17.8	19.2	18.4	20.2	21.6	22.1	23.6	24.0	24.7	22.4	24.0	24.6	26.4	28.3	29.0	30.2	26.2	29.0	31.2			
		M_{rdReal} / M_{rdCG}	%	97.6	96.5	96.3	97.6	97.5	98.5	97.7	98.3	97.0	97.3	98.2	98.2	98.2	97.9	97.9	96.1	96.0	97.8	97.5	97.3			

		Exemplo	#	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100	101	102	103	104	105	106	107	108	109		
		Altura da seção	cm	40	40	45	45	45	45	45	45	45	45	50	50	50	50	50	50	55	55	55	60		
nº de barras da armadura	Positiva	1ª camada	#	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3		
		2ª camada	#	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	
		3ª camada	#	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
		4ª camada	#	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
		5ª camada	#	3	3	1	2	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
		6ª camada	#	2	3	0	0	0	1	2	2	3	3	0	1	2	2	3	3	1	2	3	3	3	3
Resultados	Negativa	1ª camada	#	3	3	0	0	0	1	2	3	3	3	0	0	0	1	1	2	0	0	0	0		
		2ª camada	#	2	3	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
		3ª camada	#	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
Resultados		d_{CG}/h	%	17.5	18.5	11.4	12.4	13.3	14.5	15.5	15.5	16.4	16.4	12.0	13.1	14.0	14.0	14.8	14.8	11.9	12.7	13.5	12.3		
		Mrd CG	kN.m	87.3	90.9	82.3	85.4	88.2	93.3	98.0	101.8	102.8	106.4	104.5	107.6	109.9	113.9	115.7	120.3	125.0	128.9	132.5	152.1		
		Mrd Real	kN.m	85.3	88.6	82.1	84.3	85.7	90.6	95.4	99.5	100.2	103.9	104.4	105.7	106.8	111.6	112.6	117.6	124.9	127.8	129.7	152.0		
		M_{rdReal} / M_{rdCG}	%	97.7	97.5	99.9	98.8	97.2	97.1	97.3	97.8	97.5	97.6	99.9	98.3	97.1	97.9	97.3	97.7	99.9	99.2	97.9	99.9		

Figura 5 - Resultados da 3ª Análise



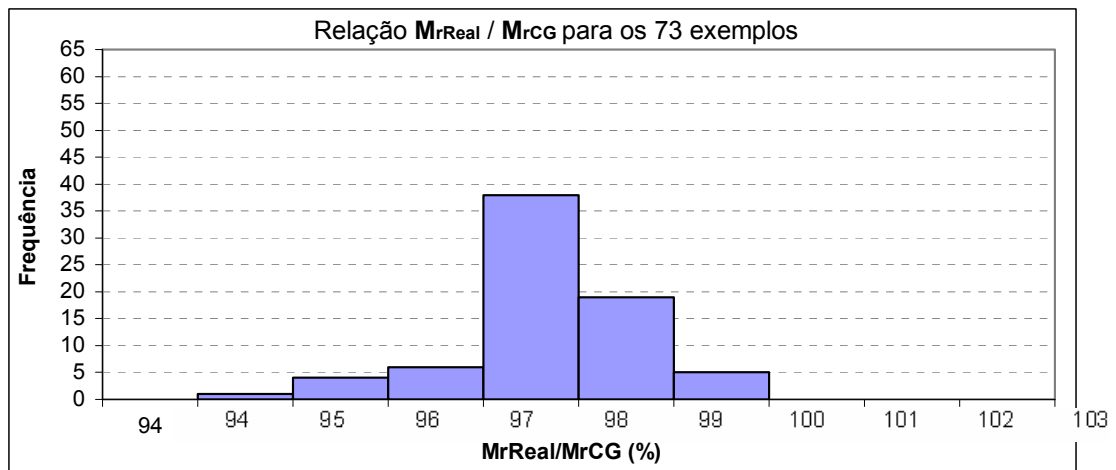
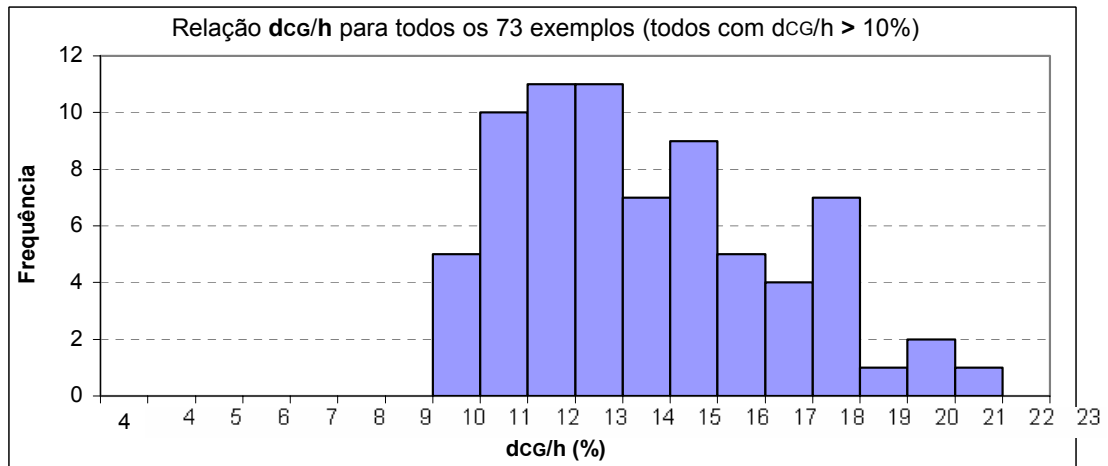
4ª Análise: Base = 15cm $\phi_l = 10,0\text{mm}$ $f_{ck} = 25\text{MPa}$ Exemplos calculados= 73 ($d_{CG} > 10\% h$)

Tabela 5 - Dados dos exemplos calculados. Mostrados exemplos de 1 à 20 e de 54 à 73.

		Exemplo	#	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20		
		Altura da seção	cm	20	20	20	25	25	25	25	25	25	25	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30		
nº de barras da armadura	Positiva	1ª camada	#	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3		
		2ª camada	#	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	
		3ª camada	#	1	1	2	1	2	2	3	3	3	3	2	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
		4ª camada	#	0	0	0	0	0	0	0	0	1	2	2	0	0	0	1	1	2	2	3	3	3	3
		5ª camada	#	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
		6ª camada	#	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Resultados	Negativa	1ª camada	#	2	3	3	1	2	2	3	3	3	3	1	1	2	2	3	3	3	3	3	3	3	
		2ª camada	#	0	0	0	0	0	0	0	0	1	2	3	0	0	0	0	0	0	1	1	2	3	3
		3ª camada	#	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
		d_{CG}/h	%	13.2	13.2	15.6	10.6	12.5	12.5	14.0	16.4	18.4	18.4	10.4	11.7	11.7	13.7	13.7	15.3	15.3	16.7	16.7	18.6	18.6	
		Mrd CG	kN.m	25.4	26.9	27.5	36.4	40.5	40.5	44.7	46.5	47.7	48.9	52.2	54.5	58.1	58.8	63.0	63.2	66.8	66.7	70.6	73.4	73.4	
		Mrd Real	kN.m	25.2	26.3	27.0	35.7	39.5	39.5	43.4	44.7	46.0	47.0	51.8	53.3	57.6	57.9	62.1	62.6	65.0	65.7	67.8	69.8	69.8	
		M_{rdReal}/M_{rdCG}	%	99.3	97.7	98.1	98.2	97.5	97.5	97.2	96.2	96.4	96.2	99.3	97.8	99.2	98.5	98.6	98.9	97.2	98.5	96.0	95.1	95.1	

		Exemplo	#	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73		
		Altura da seção	cm	45	45	50	50	50	50	50	50	50	55	55	55	55	55	55	55	60	60	60	60		
nº de barras da armadura	Positiva	1ª camada	#	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3		
		2ª camada	#	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	
		3ª camada	#	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
		4ª camada	#	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
		5ª camada	#	3	3	1	2	3	3	3	3	3	3	2	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
		6ª camada	#	2	3	0	0	0	0	1	2	3	3	0	0	1	1	2	3	3	0	1	2	3	3
Resultados	Negativa	1ª camada	#	3	3	0	1	1	2	3	3	3	0	0	1	2	2	3	3	0	0	1	2	2	
		2ª camada	#	2	3	0	0	0	0	0	1	2	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
		3ª camada	#	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
		d_{CG}/h	%	16.8	17.8	11.2	12.1	13.0	13.0	14.1	15.1	16.0	11.0	11.8	12.8	12.8	13.7	14.6	14.6	10.8	11.8	12.6	13.3	13.3	
		Mrd CG	kN.m	154.2	167.0	142.4	153.2	154.6	164.0	173.7	182.3	190.2	171.6	177.4	187.9	195.6	198.4	209.1	217.5	203.7	209.9	223.1	236.3	236.3	
		Mrd Real	kN.m	151.7	162.0	140.1	150.2	151.8	160.5	169.4	177.3	185.4	169.8	172.7	183.5	192.3	194.1	204.8	212.9	202.8	205.5	217.8	230.2	230.2	
		M_{rdReal}/M_{rdCG}	%	98.4	97.0	98.4	98.1	98.2	97.9	97.5	97.3	97.5	99.0	97.3	97.7	98.3	97.8	97.9	97.9	99.5	97.9	97.6	97.4	97.4	

Figura 6 - Resultados da 4ª Análise



RESUMO DE TODOS OS RESULTADOS DAS 4 ANÁLISES, ONDE $d_{CG} > 10\%h$

Tabela 6 – Resultados das 4 análises, tomando-se apenas os casos onde $d_{CG} > 10\%h$

	1ª Análise	2ª Análise	3ª Análise	4ª Análise	
f _{ck} (Mpa)	20	20	20	25	
Base (cm)	13	15	15	15	Somatório de
Bitola (mm)	12,5	12,5	8,0	10,0	
d_{CG}/h (%)	Frequência				frequência
9	0	0	0	0	0
10	0	0	0	0	0
11	22	16	3	5	46
12	20	15	9	10	54
13	19	13	11	11	54
14	19	9	14	11	53
15	19	2	15	7	43
16	16	0	12	9	37
17	19	0	11	5	35
18	8	0	11	4	23
19	3	0	8	7	18
20	1	0	9	1	11
21	0	0	3	2	5
22	0	0	3	1	4
23	0	0	0	0	0
24	0	0	0	0	0
Total	146	55	109	73	383
M_{rReal}/M_{rCG}	Frequência				
94	0	0	0	0	0
95	2	0	3	1	6
96	7	0	8	4	19
97	12	3	14	6	35
98	25	6	59	38	128
99	50	26	17	19	112
100	38	18	8	5	69
101	6	2	0	0	8
102	6	0	0	0	6
103	0	0	0	0	0
Total	146	55	109	73	383

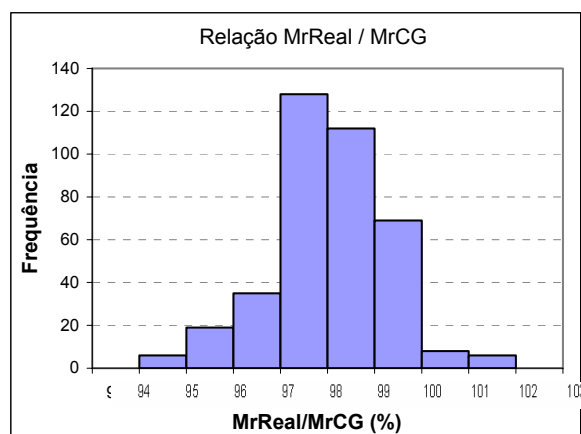
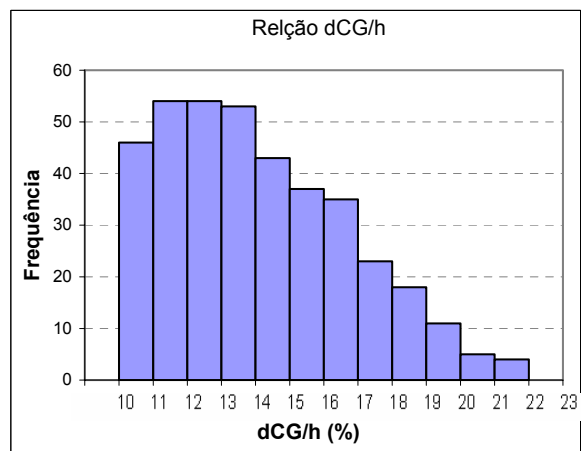


Figura 7 – Resultados das 4 análises, tomando-se apenas os casos onde $d_{CG} > 10\%h$

3.3 Conclusão

Pelos resultados obtidos fica evidente que o valor da limitação de 10% de h é suficiente e ainda pode ser considerado conservador. Dos 383 casos avaliados onde a limitação de 10% não é respeitada (a distância do centro de gravidade da armadura d_{CG} varia de 10% até 22%), em apenas 6 casos a relação entre M_{rdReal} / M_{rdCG} chega a ser menor que 95% (e maior que 94%).

Sendo assim, acredita-se que essa limitação sugerida pela norma possa ter outros motivos, que não seja apenas a imprecisão dos resultados aqui avaliados, no cálculo dos momentos resistentes das vigas. A segurança não é significativamente prejudicada, visto que os resultados obtidos considerando-se a resultante de forças da armadura no centro de gravidade correspondente, estão muito próximos aos valores teóricos obtidos num cálculo mais sofisticado, onde considera-se cada camada de armadura em separado.

Também pode-se notar que os valores mais baixos da relação M_{rdReal} / M_{rdCG} acontecem quando a relação d_{CG}/h é mais alta, significando que de fato o aumento da distância d_{CG} , deve ser evitado. Quando não é possível limitar essa disposição da armadura longitudinal deve-se considerar cada camada de armadura individualmente.

4 Referências

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS

NBR 6118/2003 Projeto de Estruturas de Concreto, Rio de Janeiro

COMITÉ EURO-INTERNATIONAL DU BÉTON. **CEB-FIP Model Code 1990**. London, Thomas Telford, 1993.

SMANIOTTO, ALBERTO Dimensionamento e detalhamento automático de pilares retangulares de concreto armado submetidos à Flexo-compressão oblíqua. Dissertação de mestrado PPGECC, UFSC, Orientador Prof. Daniel Loriggio. Florianópolis – SC, 2005.